**Corrigé de l’Examen de macroéconomie II Janvier 2019**

2ème année ESSAI

Durée 1h30, proposé par Mohamed Mabrouk, 2 pages

**Barème :** Chaque question 1 point, sauf les deux premières questions de chaque exercice : 2 points chacune.

**Exercice 1 :**

Modèle de Solow avec dette extérieure

On considère une économie représentée par le une fonction de production linéaire

où est la production par tête et par unité de temps, est le capital par tête et est réel positif constant.

On note l’investissement par tête et par unité de temps, le stock total de dette extérieure, le taux d’intérêt par unité de temps sur la dette extérieure, le revenu national par tête, le taux d’amortissement du capital par unité de temps, l’épargne par tête et par unité de temps, le taux d’épargne supposé constant, la consommation par tête et par unité de temps, et respectivement les exportations et les importations par tête et par unité de temps.

Le point au dessus d’une grandeur désigne la dérivée temporelle de cette grandeur.

1. Expliquer les relations suivantes

L’accroissement du capital est égal à l’investissement net de l’amortissement

Le revenu est employé soit dans la consommation soir dans l’épargne

L’épargne est une proportion constante du revenu. Cette hypothèse est une caractéristique des modèles keynésiens

Le revenu national est égal à la production nationale nette du coût de financement extérieur.

La somme des ressources nationales en biens et services est égale à la somme des emplois nationaux en biens et services.

1. Quelle est la signification économique du paramètre  ?

est la productivité marginale du capital. Elle est constante dans ce modèle.

1. A partir des équations de la question 1, démontrer la relation

On ajoute à l’équation ci-dessus :

1. Expliquer la relation

est le solde courant. La dette extérieure baisse d’un montant égal au solde courant si celui-ci est positif, et vice-versa. Ceci est vrai si le stock d’or ou de réserve de devises étrangère ou reste constant.

1. On suppose pour toute la suite de l’exercice que . Interpréter cette équation.

signifie que la balance courante est équilibrée.

1. Montrer que , où est la dette extérieure à la date .

Les trois équations , et impliquent

On obtient

D’où .

1. Etablir l’équation différentielle à une seule inconnue qui commande l’évolution de .

1. Montrer que la solution est , où est le capital initial, qu’on supposera strictement positif.

L’équation sans second membre est

Elle donne

On cherche une solution particulière en faisant dépendre de *t*:

En réinjectant dans l’équation différentielle de *k*, on trouve

Donc

On remplace par cette expression dans , pour trouver l’équation demandée.

1. Cas : Montrer (qualitativement) que le capital par tête s’annule après un certain temps. Interpréter.

La fonction de *t* : est décroissante, positive en *0* (si ), et négative quand . Elle s’annule donc pour une certaince valeur strictement positive de *t.*

Interprétation : Si la productivité du capital et le taux d’épargne ne sont pas suffisamment fort pour contrebalancer la préférence pour le présent et l’amortissement du capital, l’économie se dirige vers un capital nul, donc une production nulle, c’est-à-dire l’extinction.

1. Cas : Selon quelle condition sur le capital ne s’annule pas ? Interpréter.

Cette limite doit être positive pour que le capital ne s’annule pas :

D’où

Interprétation : Le taux d’épargne ne doit pas baisser au dessous d’un certain seuil pour que l’économie puisse éviter l’extinction. S’il est supérieur à ce seuil, l’économie va croître indéfiniment bien que la dette extérieure va aussi croitre indéfiniment.

**Exercice 2 :**

Modèle de Romer avec loisirs

On considère une économie à un bien représentatif, servant aussi bien à la consommation qu’à l’investissement, sur deux périodes, composée de entreprises de production identiques et d’un consommateur représentatif. La production d’une entreprise s’écrit :

où sont respectivement le capital privé et le travail utilisés par l’entreprise et désigne le capital public, c’est-à-dire le niveau général de l’infrastructure du pays et des connaissances scientifiques et autres. Observez que cette fonction de production est homogène de degré 1 en .

Contrairement à , la valeur de n’est pas fixée par l’entreprise mais elle est liée aux capitaux privés de toutes les entreprises. Pour simplifier les calculs, on pose :

Egalement pour simplifier les calculs, on admet que les entreprises font toujours des choix identiques. Ainsi et .

L’utilité du consommateur représentatif s’écrit :

où sont respectivement la consommation et le temps de détente du consommateur à la période . La notation *Log* représente le logarithme népérien.

A chaque période, le consommateur dispose d’un temps total qu’il partage entre travail et détente . La production non consommée à la période 1 rentre dans la composition du capital à la période 2.

De même que pour le capital, les entreprises se partagent le travail de façon égale : .

Le consommateur reçoit un salaire à la période .

Les entreprises achètent le capital au consommateur à la période 1 au prix et l’utilisent à la période 2 pour produire le bien qu’elles revendent au consommateur au prix .

Le consommateur reçoit un salaire à la période . De plus il reçoit un revenu du capital qu’on suppose, pour simplifier, fixe et indépendant de ses choix.

Enfin, on suppose et fixés et on s’intéresse au choix de et . Par conséquent, n’intervient pas dans les calculs. Seul intervient. De même, seul le programme de la période 2 intervient pour les producteurs.

1. Expliquer qualitativement la signification économique de la variable , ainsi que son influence sur l’équilibre de l’économie. (6 lignes maximum)

représente l’externalité exercée par le capital public. En effet, dans ce modèle, la production ne dépend pas uniquement de facteurs intérieurs à l’entreprise, mais elle dépend aussi du niveau général du capital public constitué par l’infrastructure, le niveau scientifique et culturel du pays, l’environnement… Le capital public exerce une influence sur la production de chaque entreprise sans que l’entreprise puisse agir directement sur lui. Cependant, l’action de l’entreprise sur le capital est possible mais seulement indirectement à travers la valeur totale du capital privé .

1. Ecrire le programme de l’optimum social.
2. Ecrire le programme de l’équilibre concurrentiel, composé du programme du consommateur et du programme des producteurs.

Consommateur :

Producteur :

1. Ecrire les lagrangiens de chacun de ces deux programmes.
2. En déduire les conditions de premier ordre de chacun de ces deux programmes.

On écrit la nullité des dérivées partielles des lagrangiens. Puis on élimine les multiplicateurs de Lagrange pour obtenir :

Pour l’optimum social et

Pour l’équilibre concurrentiel et

1. Calculer le rapport en fonction de , , , .
2. Commenter.

L’équilibre concurrentiel se distingue de l’optimum social par le fait que les agents économiques ne tiennent pas compte de l’externalité positive du capital public dans la prise de leurs décisions concernant leurs épargnes. Par conséquent, on conçoit que dans l’équilibre concurrentiel, la consommation soit plus importante en période 1 et plus faible en période 2 par rapport à l’optimum social.

Le rapport dépend des données numériques de l’économie considérée. Mais, compte tenu de la remarque précédente, il ne devrait pas trop s’écarter de 1. Dans ce cas, il s’avère que la quantité de travail à la période 2 serait plus faible dans l’optimum social que dans l’équilibre concurrentiel. La prise en compte de l’externalité positive rend possible moins de travail à la période 2.